



TITLE:

# ある種の2-Groupについて (有限群の研究)

AUTHOR(S):

金沢, 稔

---

CITATION:

金沢, 稔. ある種の2-Groupについて (有限群の研究). 数理解析研究所講究録 1974, 200: 69-71

ISSUE DATE:

1974-02

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/105082>

RIGHT:

# ある種の 2-group について

電通大 金沢 裕

second maximal class の 2-group についてしらべる。

## 定義

1. 群  $G$  の部分群  $G_2, G_3, \dots$  を次のように定める。

$$G_2 = [G, G], \quad G_{i+1} = [G, G_i] \quad ; \quad i=2, 3, \dots$$

2. 2-群  $G$  が

$$|G| = 2^n, \quad d(G) = r, \quad [G : G_2] = 2^{n-r+1}$$

のとき, 性質  $P_{n,r}$  をもつという。

3. 2-群  $G$  が性質  $P_{n,r}$  ( $3 \leq r$ ) をもつとき,  $C_{G_4}(G_2/G_4)$  の  $G$  中での完全送像を  $G_3$  と定める。

4. 性質  $P_{n,r}$  をもつ群  $G$  が次の条件をみたすとき exceptional group という。

$3 \leq r$ , かつ  $2 \leq i < r$  なるある  $i$  に対して

$$G_{i+1} = [G_i, G_i] \text{ が成り立つ。}$$

- 4'. 性質  $P_{n,n}$  をもつ群  $G$  が exceptional group でないとき non-exceptional group といい.
5. 位数  $2^n$  ( $4 \leq n$ ) の群  $G$  が  $d(G) = n-2$  のとき second maximal class の  $2$ -群 といふ. (このとき  $G$  は性質  $P_{n,n-2}$  をみかす)

定理 1. second maximal class の  $2$ -群は non-exceptional group である.

定理 2.  $G$  が位数  $2^n$  の second maximal class の  $2$ -群のとき,  $G/G_{n-2}$  は位数  $2^{n-1}$  の second maximal class の meta-abelian な  $2$ -群である. ( $5 \leq n$ )

定理 3.  $G$  が位数  $2^n$  ( $4 \leq n$ ) の群で,  $[G:G_2] = 2^3$ ,  $G_2$  に含まれる  $G$  の正規部分群が  $G_2, G_3, \dots, G_{n-1}$  であれば,  $G$  は second maximal class の  $2$ -群である.

これらの定理の証明は次の順序で行う. 次下  $G$  は位数  $2^n$  の群とする.

1.  $G$  が second maximal class の  $2$ -群 であれば次のことが成立する.
  - (1)  $G$  は性質  $P_{n,n-2}$  をもつ
  - (2)  $G_i$  ( $2 \leq i \leq n-1$ ) は  $G_2$  に含まれる位数  $2^{n-i-1}$  の  $G$  の

唯一の正規部分群である.

(3)  $G/G_i$  ( $2 \leq i \leq n-1$ ) は位数  $2^{i+1}$  の second maximal class の  $2$ -群である.

2.  $d(G) \geq n-2$  の non-exceptional group の factor group も non-exceptional group である.

3.  $5 \leq n$  で,  $G$  が second maximal class の群で,  $G$  が non-exceptional group のときは,  $G$  から次のような元  $x_0, x_1, y_1, x_2, y_2, \dots$  がえられる.

$$G = \langle x_0, G_1 \rangle, \quad G_1 = \langle x_1, y_1, G_2 \rangle,$$

$$G_i = \langle x_i, G_{i+1} \rangle = \langle y_i, G_{i+1} \rangle$$

$$x_i = [x_{i-1}, x_0], \quad y_i = [y_{i-1}, x_0]$$

4.  $5 \leq n$ ,  $G$  が second maximal class の meta-abelian group のときは,  $G$  は non-exceptional group となる.